

А. А. Гусев

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

УЧЕБНИК ДЛЯ АКАДЕМИЧЕСКОГО БАКАЛАВРИАТА

3-е издание, исправленное и дополненное

*Рекомендовано Учебно-методическим отделом высшего образования
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по инженерно-техническим направлениям*



**Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru**

Москва ■ Юрайт ■ 2018

УДК 621(075.8)
ББК 30.123я73
Г96

Автор:

Гусев А. А. — кандидат технических наук, профессор кафедры гидравлики и гидротехнического строительства Национального исследовательского университета Московского государственного строительного университета.

Рецензенты:

Комаров А. А. — доктор технических наук, профессор кафедры гидравлики и гидротехнического строительства Национального исследовательского Московского государственного строительного университета;

Николаев В. Г. — доктор технических наук, профессор кафедры промышленного и гражданского строительства Национального исследовательского Московского государственного строительного университета.

Гусев, А. А.

Г96 **Механика жидкости и газа : учебник для академического бакалавриата / А. А. Гусев.** — 3-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 232 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс).

ISBN 978-5-534-05485-9

Изложены основные вопросы курса технической механики жидкости и газа (гидравлики): физические свойства жидкости и газа, законы равновесия и движения жидкости. Рассмотрены вопросы гидравлических сопротивлений, движения жидкости по трубопроводам и каналам, истечения жидкостей через отверстия и насадки, струйных течений, грунтовых потоков, моделирования гидравлических явлений. Показаны примеры решения задач по гидравлике, приведены способы решения сложных гидравлических задач численными методами на ЭВМ.

Содержание учебника соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и методическим требованиям, предъявляемым к учебным изданиям.

Для подготовки бакалавров, специалистов, магистров, изучающих механику жидкости и газа в строительных вузах и вузах с аналогичными специальностями.

УДК 621(075.8)
ББК 30.123я73



Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

ISBN 978-5-534-05485-9

© Гусев А. А., 2013
© Гусев А. А., 2018, с изменениями
© ООО «Издательство Юрайт», 2018

Оглавление

Предисловие.....	8
Введение. Определение предмета. Краткие исторические сведения	11

Раздел I ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Глава 1. Жидкости и их основные физические свойства	15
Примеры расчетов.....	18
Контрольные вопросы и задания	19
Глава 2. Гидростатика.....	20
2.1. Равновесие жидкости и действующие силы.....	20
2.2. Гидростатическое давление и его свойства.....	21
2.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости.....	23
2.4. Равновесие жидкости в поле земного тяготения. Поверхность уровня. Основное уравнение гидростатики.....	25
2.5. Геометрическое и энергетическое толкование основного уравнения гидростатики. Величина гидростатического давления. Закон Паскаля	27
2.6. Абсолютное и избыточное давления. Вакуум.....	28
2.7. Эпюры гидростатического давления.....	31
2.8. Сила давления жидкости на плоскую поверхность.....	32
2.9. Центр давления	34
2.10. Давление жидкости на криволинейные поверхности.....	36
2.11. Приборы для измерения давления	41
2.12. Закон Архимеда. Условия плавания тел	43
Примеры расчетов.....	44
Контрольные вопросы и задания	47
Глава 3. Гидродинамика. Понятия и характеристики, определяющие течение жидкости.....	48
3.1. Основные понятия гидродинамики.....	48
3.2. Режимы движения жидкости	50
3.3. Модели течения жидкости. Линия тока, трубка тока, элементарная струйка	51
3.4. Расход потока. Геометрические характеристики потока жидкости. Средняя скорость потока. Формула расхода.....	53
3.5. Виды движения жидкости.....	54
3.6. Общие сведения об относительном взаимодействии жидкости и твердого тела.....	56
Пример расчетов.....	57
Контрольные вопросы и задания	58
Глава 4. Основные уравнения движения жидкости и газа.....	59
4.1. Дифференциальные уравнения движения невязкой жидкости	59

4.2. Интегрирование дифференциальных уравнений Эйлера для случая установившегося течения в поле силы тяжести. Уравнение Бернулли ..	60
4.3. Интерпретация уравнения Бернулли	62
4.4. Уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости	63
4.5. Уравнение Бернулли для потока реальной (вязкой) жидкости	64
4.5.1. Предварительные замечания о распределении давления в живых сечениях потока жидкости	64
4.5.2. Удельная потенциальная энергия потока жидкости	65
4.5.3. Удельная кинетическая энергия потока	65
4.5.4. Уравнение Бернулли	66
4.6. Уравнение неразрывности или сплошности течения для установившегося потока жидкости	67
4.7. Примеры практического применения уравнения неразрывности и уравнения Бернулли	68
4.7.1. Соединение двух труб различных диаметров	68
4.7.2. Схема применения уравнения Бернулли	69
4.7.3. Расходомер Вентури как пример применения уравнения Бернулли ..	69
4.7.4. Трубка Пито (гидродинамическая трубка)	70
4.8. Уравнение Бернулли для газов	71
4.9. Гидравлическая форма записи закона сохранения количества движения ..	74
4.10. Основное уравнение равномерного течения жидкости	76
4.11. Законы сохранения	78
Примеры расчетов	79
Контрольные вопросы и задания	80
Глава 5. Особенности течения жидкости в трубах	81
5.1. Распределение скоростей по сечению трубопровода при ламинарном течении	81
5.2. Локальные скорости при турбулентном течении	83
5.3. Касательные напряжения в турбулентном потоке	84
5.4. Распределение скоростей при турбулентном течении	86
Пример расчетов	87
Контрольные вопросы и задания	87
Глава 6. Потери напора при установившемся движении жидкости	89
6.1. Потери напора в трубопроводах	89
6.2. Потери напора по длине при установившемся равномерном движении жидкости	90
6.3. Потери напора на местных сопротивлениях	92
6.4. Суммарные потери напора на участках трубопроводов. Взаимовлияние местных сопротивлений	95
6.5. Коэффициент гидравлического трения по длине трубопровода λ	96
6.5.1. Опыты и график Никурадзе	96
6.5.2. Коэффициент гидравлического трения λ для технических труб ..	98
6.6. Влияние особых факторов на величину потерь напора в трубах	100
6.6.1. Расчеты потерь напоров в трубах некруглого сечения	100
6.6.2. Влияние срока службы трубопровода на потери напора	101
Примеры расчетов	102
Контрольные вопросы и задания	104
Глава 7. Безнапорное движение жидкости. Равномерное течение в каналах ...	106
7.1. Средняя скорость и расход потока при равномерном течении жидкости. Формула Шези	106

7.2. Безнапорные потоки в открытых руслах.....	107
7.3. Виды каналов. Геометрические элементы сечения канала	109
7.4. Расчеты равномерного течения в канале.....	109
Пример расчетов.....	111
Контрольные вопросы и задания.....	112

Раздел II СПЕЦИАЛЬНАЯ ГИДРАВЛИКА

Глава 8. Расчеты трубопроводов	115
8.1. Общие положения.....	115
8.2. Расчеты простых коротких трубопроводов	117
8.3. Основные задачи, решаемые при расчетах простых трубопроводов.....	119
8.3.1. Расчеты простых коротких трубопроводов	119
8.3.2. Расчеты простых длинных трубопроводов.....	120
8.4. Сложные трубопроводы и их расчеты.....	120
8.4.1. Расчеты последовательно соединенных трубопроводов.....	121
8.4.2. Расчеты параллельно соединенных труб.....	121
8.4.3. Разветвленные трубопроводы	122
8.4.4. Кольцевые трубопроводы	124
8.4.5. Трубопроводы с непрерывной раздачей расхода по длине участка трубопровода	126
8.5. Гидравлический удар в трубах	127
Примеры расчетов	131
Контрольные вопросы и задания.....	134
Глава 9. Истечение жидкости через отверстия и насадки	135
9.1. Истечение жидкости через отверстия.....	135
9.2. Истечение жидкости через насадки.....	138
9.3. Особенности истечения через нецилиндрические насадки	142
9.4. Истечение жидкости при переменном напоре.....	142
9.5. Истечение через большое отверстие в атмосферу.....	146
Примеры расчетов	147
Контрольные вопросы и задания.....	148
Глава 10. Гидравлические струи	149
10.1. Виды струйных течений.....	149
10.2. Свободные затопленные струи	149
10.3. Свободные незатопленные струи	152
Пример расчетов.....	155
Контрольные вопросы и задания.....	156
Глава 11. Движение грунтовых вод	157
11.1. Общие сведения.....	157
11.2. Основной закон фильтрационных течений. Коэффициент фильтрации	158
11.3. Безнапорные равномерные грунтовые потоки воды.....	159
11.4. Основное дифференциальное уравнение неравномерного безнапорного грунтового потока	160
11.5. Интегрирование основного дифференциального уравнения неравномерного грунтового потока	162
11.6. Приток грунтовой воды к круглым одиночным колодцам.....	163
11.6.1. Приток воды к совершенному колодцу	163

11.6.2. Приток воды к совершенному артезианскому колодцу.....	165
11.6.3. Отток воды от совершенной поглощающей скважины.....	166
11.6.4. Приток воды к несовершенным скважинам.....	166
Примеры расчетов	167
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	168
Глава 12. Основы моделирования гидравлических явлений	169
12.1. Общие сведения.....	169
12.2. Гидродинамическое подобие явлений.....	169
12.3. Критерии подобия	171
12.4. Перенос параметров с модели на натурные условия	172
12.5. Элементы теории размерностей; π -теорема	173
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	176
Раздел III	
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИДРОМЕХАНИКИ	
Глава 13. Кинематика движения жидкости	179
13.1. Методы описания движения жидкости	179
13.2. Движение жидкой частицы	182
13.3. Вихревое и потенциальное движения жидкости.....	185
13.4. Дифференциальное уравнение неразрывности или сплошности течения	187
13.5. Плоское потенциальное течение. Функция тока	189
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	192
Глава 14. Уравнения гидродинамики невязкой и вязкой жидкости	193
14.1. Уравнения гидродинамики невязкой жидкости.....	193
14.1.1. Предварительные замечания	193
14.1.2. Уравнение движения невязкой жидкости в форме Громеки – Ламба	193
14.2. Интегрирование дифференциальных уравнений движения невязкой жидкости	195
14.2.1. Интегрирование уравнений движения для потенциального потока	195
14.2.2. Интегрирование уравнений движения для установившегося течения невязкой жидкости	197
14.3. Уравнения гидродинамики реальной (вязкой) жидкости.....	199
14.3.1. Предварительные замечания	199
14.3.2. Уравнения движения Навье – Стокса.....	200
14.3.3. Уравнения Рейнольдса	202
14.3.4. Граничные и начальные условия	203
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	204
Глава 15. Решение гидродинамических уравнений численными методами ..	205
15.1. Методы решения сложных гидродинамических задач	205
15.2. Преобразование уравнений Навье – Стокса для решения методом конечных разностей.....	206
15.3. Конечно-разностная форма исходных уравнений. Алгоритм численного расчета на ЭВМ.....	208
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	211

Приложения

Приложение 1. Основные условные обозначения.....	212
Приложение 2. Глоссарий гидравлических терминов	214
Приложение 3. Единицы измерения в системе СИ	219
Приложение 4. Физические свойства жидкости.....	220
Приложение 5. Гидравлические сопротивления.....	222

Список литературы.....	228
-------------------------------	------------

Предметный указатель.....	230
----------------------------------	------------

Предисловие

Настоящий учебник предназначен для подготовки бакалавров всех специальностей, изучающих гидравлику в строительных вузах, а также для подготовки специалистов и магистров, кроме специальности гидротехнической и теплогазоснабжения, так как в учебнике, в силу заданного объема, отсутствуют разделы по темам «Движение жидкости через гидротехнические сооружения» и «Основы газодинамики».

В результате изучения предмета студент должен будет:

знать

- основные понятия, относящиеся к равновесию и движению жидкости и газа;
- математические уравнения, описывающие движение жидкости и газа и состояние их равновесия (покоя);
- формулы, константы, коэффициенты, с помощью которых можно определить параметры различных гидравлических процессов и явлений;
- методы решения гидравлических задач;
- приборы и оборудование, используемые для определения гидравлических характеристик;

уметь

- понимать физическую природу различных гидравлических процессов и явлений;
- классифицировать виды движения жидкости;
- объяснять причины и возможные последствия гидравлических процессов и явлений, возникающих или имеющих место в практике строительства и эксплуатации объектов;
- использовать законы физики, теоретической механики, теплотехники, сопротивления материалов для решения гидравлических задач;
- проектировать параметры сооружений и оборудования, связанных с движением жидкости или воздействием на них покоящейся жидкости;
- рассчитывать параметры жидкой и газовой сред в статике и динамике для различных гидравлических процессов и явлений;
- использовать закономерности моделирования и теории размерностей при решении сложных инженерных задач определения характеристик гидравлических процессов, для которых не найдены конечные математические формулы и уравнения;

владеть навыками

- теоретического вывода уравнений равновесия и движения жидкости;
- решения различных гидравлических задач;
- оценки реальности получаемых или исследуемых гидравлических параметров в их числовом выражении.

Таким образом, в результате изучения предмета студент сможет **быть компетентным** в профессиональном анализе и решении технических задач, связанных с движением или равновесием (покоем) жидкости и газа.

Методика изложения материала опирается на методику преподавания курса гидравлики (механики жидкости и газа), разработанную за долгие годы на кафедре гидравлики МГСУ и нашедшую свое отражение в учебниках известных гидравликов П. Г. Киселева [3, 8], А. Д. Альтшуля [2, 3], Ф. М. Долгачева [13] и др. Настоящий учебник является третьим, исправленным и незначительно переработанным изданием учебника «Гидравлика» [5], вышедшим в 2013 г. — в период перехода на двухступенчатую форму высшего образования «бакалавр/магистр». В настоящее время эта форма обучения продолжает меняться и развиваться. Так, изменилось название изучаемого предмета — теперь оно звучит как «Механика. Механика жидкости и газа», «Основы механики жидкости и газа». Это повлекло за собой изменение программ обучения, уменьшение часов преподавания и сдвиг обучения предмету на более ранние семестры. Однако суть изучаемого материала изменилась незначительно, за исключением его объема. В связи с перечисленными обстоятельствами другим стало и название учебника, в него были внесены поправки. Из предыдущего издания в настоящем оставлены: изменения в порядке изложения материала, по сравнению с традиционным, и определенные упрощения в части вывода уравнений и доказательств для улучшения понимания обучающимися по программам бакалавров. Эти изменения незначительно уменьшают общую компетенцию по предмету по сравнению с той, которую получали студенты — будущие инженеры, но позволяют совместить в учебнике материалы по обучению бакалавров, специалистов и магистров. Учебник условно разделен на три раздела: «Основы механики жидкости и газа», «Специальная гидравлика», «Математические основы гидромеханики», что дает возможность, используя базовую часть «Основы механики жидкости и газа», включать в процесс обучения студентов разных специальностей и уровней главы из двух других разделов учебника в соответствии с программами обучения, определяемыми федеральными и вузовскими компонентами этих программ. Некоторое уменьшение объема традиционно излагаемого материала предполагает, что в своей практической работе будущие специалисты смогут воспользоваться справочной и специальной литературой, энциклопедически наполненными учебниками, такими как известные учебники Р. Р. Чугаева [17] и Д. В. Штеренлихта [19].

В настоящем издании изложение материала — традиционное с примерами решения задач и справочными приложениями.

Список литературы, использованной при подготовке данного учебника, представлен в конце книги. В разделе по численному решению дифференциальных уравнений в параграфах 16.2 и 16.3 использовался материал курса лекций по гидравлике для МГСУ, подготовленный А. Л. Зуйковым и нашедший отражение в [6].

Автор благодарит рецензентов В. Г. Николаева и А. А. Комарова за ценные советы и рекомендации по рукописи книги.

Большую и бескорыстную помощь при подготовке рукописи к печати оказал О. А. Гусев, за что автор выражает ему особую благодарность.

Автор будет искренне признателен всем, кто пришлет свои замечания и пожелания к содержанию учебника по адресу: 129337, г. Москва, Ярославское ш., 26, МГСУ, кафедра гидравлики и гидротехнического строительства.

Введение

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДМЕТА.

КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Техническая механика жидкости и газа (гидравлика) — наука, изучающая равновесие и движение жидкости и газа, а также взаимодействие с твердыми телами, погруженными в них, и твердыми поверхностями, граничащими с жидкой или газовой средой.

Гидравлика позволяет разрабатывать методики решения различных прикладных задач в строительстве, коммунальном хозяйстве, охране водных ресурсов и других многогранных сферах человеческой деятельности, связанных с водой и другими жидкостями.

Первым научным трудом в области гидравлики был трактат Архимеда (287—212 гг. до н.э.) «О плавающих телах». Леонардо да Винчи (1452—1519) в XV в. написал работу «О движении и измерении воды», Галилео Галилей (1564—1642) в 1612 г. в своем трактате «Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся» рассмотрел условия равновесия жидкости, обосновал основные законы плавания тел. Далее Эванджелиста Торричелли (1608—1647) предложил в 1643 г. формулу для определения скорости истечения жидкости из отверстия, Блез Паскаль (1623—1662) открыл закон о передаче внешнего давления в жидкости, который до настоящего времени служит основанием для конструирования гидравлических машин (прессы, домкраты, тормоза и др.), Исаак Ньютон (1643—1727) в 1686 г. предложил гипотезу о законе внутреннего трения в движущейся жидкости.

Однако формирование гидравлики как науки, базирующейся на математических уравнениях, дифференциальном и интегральном исчислении, произошло в XVIII в. и стало возможным благодаря работам академиков Петербургской Академии наук: Л. Эйлера (1707—1783), Д. Бернулли (1700—1782), М. В. Ломоносова (1711—1765).

Даниил Бернулли в 1738 г. опубликовал уравнение, отражающее закон сохранения энергии для жидкости, справедливо считающееся основополагающим в практических расчетах по гидравлике. Леонард Эйлер в 1755 г. вывел дифференциальные уравнения равновесия и движения жидкости. М. В. Ломоносов открыл и обосновал законы сохранения массы вещества и энергии.

Кроме российских, огромный вклад в развитие гидравлики внесли и западноевропейские ученые. А. Шеви (1718—1798) изучал равномерное движение жидкости, Д. Вентури (1746—1822) исследовал истечение жидкости через отверстия и насадки, Ю. Вейсбах (1806—1871) занимал-

ся изучением сопротивления движения жидкости. О. Рейнольдс (1842—1912) много труда вложил в изучение ламинарного и турбулентного движений.

В России во второй половине XIX и начале XX в. наиболее известны работы И. С. Громеки (1851—1889), Н. П. Петрова (1836—1920), Н. Е. Жуковского (1847—1921) по винтовым потокам, теории смазки, гидравлическому удару. На Западе к наиболее известным работам в начале XX в. следует отнести полуэмпирическую теорию турбулентного течения Л. Прандтля (1875—1953).

Развитие гидротехнического, гидромелиоративного строительства в СССР позволило создать советскую гидравлическую школу. Можно назвать много известных имен, благодаря которым гидравлическая наука обогатилась глубокими исследованиями и теоретическими разработками в различных областях гидравлики. В первую очередь к ним следует отнести Н. Н. Павловского, М. А. Великанова, И. И. Агроскина, Е. А. Замакина, М. Д. Чертоусова, Р. Р. Чугаева, И. И. Леви, П. Г. Киселева, Л. С. Животовского, А. Д. Альтшуля и др.

В последние десятилетия развитие гидравлики неразрывно связано с применением ЭВМ. Широко используются численные методы гидравлических расчетов, а также численное моделирование гидравлических явлений. Имена ученых, внесших свой значительный вклад в это направление, еще будут внесены в анналы истории гидравлики.

Раздел I

ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

В результате освоения этого раздела студенты должны:

знать

- основные понятия и определения механики жидкости и газа;
- основополагающие уравнения, определяющие связи между параметрами течения или равновесия (покоя) жидкости;
- формулы, константы, коэффициенты, с помощью которых можно определить параметры различных гидравлических процессов и явлений;
- приборы и оборудование для определения гидравлических характеристик;

уметь

- понимать физическую природу основных гидравлических процессов;
- рассчитывать параметры (характеристики) основных видов движения и покоя жидкости и газа;

владеть

- навыками разделения гидравлических процессов на виды и подвиды для их правильного математического описания и использования формул;
 - навыками теоретического обоснования использования уравнений и формул, определяющих рассматриваемое гидравлическое явление или процесс.
-

Глава 1

ЖИДКОСТИ И ИХ ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Жидкости. В природе различают четыре вида состояния вещества: твердое, жидкое, газообразное и плазменное. Основное отличие жидкостей от твердых тел заключается в их текучести, т.е. способности легко принимать форму сосуда, в который жидкость поместили, при этом объем жидкости не изменяется. Газ тоже обладает текучестью, но при этом занимает любой предоставленный ему объем. В сосудах жидкость образует свободную поверхность, а газ аналогичной поверхностью не обладает. *Однако с точки зрения механики и жидкость, и газ подчиняются одним и тем же закономерностям в случае, если сжимаемостью газа можно пренебречь. Поэтому в гидравлике под термином «жидкость» понимаются и собственно жидкости (которые часто называют капельными жидкостями), и газы (газообразные жидкости).*

Основные свойства жидкости (при рассмотрении задач механики жидкости) — это плотность, способность изменять свой объем при нагревании (охлаждении) и изменениях давления, вязкость жидкости. Рассмотрим каждое из этих свойств жидкости подробнее.

Плотность жидкости. Плотностью жидкости ρ называется ее масса, заключенная в единице объема:

$$\rho = \frac{m}{W}, \quad (1.1)$$

где m — масса жидкости; W — объем жидкости.

Единица измерения плотности — кг/м^3 .

Так как вода является наиболее распространенной в природе жидкостью, в качестве примера количественного значения параметра, определяющего то или иное свойство жидкости, будем приводить значение рассматриваемого параметра для воды. Плотность воды при 4°C $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$. Плотность жидкости уменьшается при увеличении температуры. Однако для воды эта закономерность справедлива только с 4°C , в чем проявляется одно из аномальных свойств воды.

Удельный вес. Удельный вес γ — это вес жидкости, приходящийся на единицу объема:

$$\gamma = \frac{G}{W}, \quad (1.2)$$

где G — вес жидкости в объеме W .

Единица измерения удельного веса — Н/м^3 . Удельный вес воды при температуре 4°С $\gamma_{\text{в}} = 9810 \text{ Н/м}^3$. Плотность и удельный вес связаны между собой соотношением

$$\gamma = \rho g, \quad (1.3)$$

где g — ускорение свободного падения.

Температурное расширение. Это свойство жидкости изменять свой объем при изменении температуры (с увеличением температуры жидкость расширяется, с уменьшением сжимается), которое определяется температурным коэффициентом объемного расширения жидкости β_t :

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{W} \frac{1}{\Delta t}, \quad (1.4)$$

где W — начальный объем жидкости; ΔW — изменение объема после изменения температуры; Δt — изменение температуры.

Единица измерения β_t — градус $^{-1}$, для воды при $t = 20^\circ\text{С}$ $\beta_t = 0,000158 \text{ 1/}^\circ\text{С}$. Для большинства жидкостей с увеличением давления β_t растет.

Сжимаемость. Это свойство жидкости менять свой объем при изменении давления, которое характеризуется коэффициентом объемного сжатия β_p :

$$\beta_p = -\frac{\Delta W}{W} \frac{1}{\Delta p}, \quad (1.5)$$

где W — начальный объем жидкости; ΔW — изменение объема после изменения давления; Δp — изменение давления.

Единица измерения β_p — Па^{-1} . Коэффициент объемного сжатия капельных жидкостей мало меняется в зависимости от давления и температуры. Для воды $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется *модулем упругости* жидкости E и определяется по формуле

$$E = \frac{1}{\beta_p}. \quad (1.6)$$

Для воды $E = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

Вязкость жидкости — свойство жидкостей оказывать сопротивление сдвигу. Это свойство проявляется только при движении жидкостей. Вязкость определяет степень текучести жидкости. Наряду с легко подвижными жидкостями (вода, спирт, воздух и др.) существуют очень вязкие жидкости (глицерин, машинные масла и др.).

Вязкость жидкости характеризуется коэффициентами динамической вязкости μ или кинематической вязкости ν .

И. Ньютон выдвинул гипотезу о силе трения F , возникающей между двумя слоями жидкости на поверхности их раздела площадью ω , согласно которой сила внутреннего трения в жидкости не зависит от давления, прямо пропорциональна площади соприкосновения слоев ω и скорости изменения скорости в направлении, перпендикулярном направлению движения слоев, и зависит от рода жидкости.

Пусть жидкость течет по плоскому дну параллельными ему слоями (рис. 1.1).

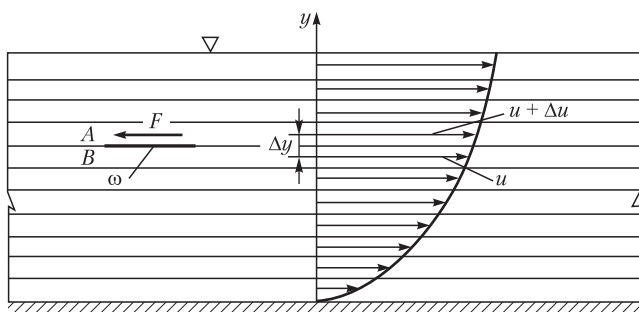


Рис. 1.1. Сила сопротивления между слоями жидкости

Вследствие тормозящего влияния дна слои жидкости будут двигаться с разными скоростями. На рис. 1.1 скорости слоев показаны стрелками. Рассмотрим два слоя жидкости, середины которых расположены на расстоянии Δy друг от друга. Слой B движется со скоростью u , а слой A — со скоростью $u + \Delta u$.

На площадке ω вследствие вязкости возникает сила сопротивления F . Согласно гипотезе Ньютона эта сила

$$F = \mu \omega \frac{\Delta u}{\Delta y}, \quad (1.7)$$

коэффициент пропорциональности μ в этой формуле и является *коэффициентом динамической вязкости*, отношение $\Delta u / \Delta y$ называется *градиентом скорости*.

Таким образом, динамическая вязкость является силой трения, приходящейся на единицу площади соприкосновения слоев жидкости при градиенте скорости, равном единице. Размерность μ — Па·с.

Гипотеза И. Ньютона, представленная в формуле (1.7), экспериментально подтверждена и математически оформлена в дифференциальном виде основоположником гидравлической теории смазки Н. П. Петровым и в настоящее время носит название *закона внутреннего трения Ньютона*:

$$F = \mu \omega \frac{du}{dn}, \quad (1.8)$$

или

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}, \quad (1.9)$$

где τ — касательное напряжение на площадке ω ($\tau = F/\omega$); n — обозначение направления, перпендикулярного направлению движения жидкости.

В гидравлических расчетах часто удобнее пользоваться другой величиной, характеризующей вязкость жидкости, — ν :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (1.10)$$

Эта величина называется *коэффициентом кинематической вязкости*. Размерность ν — $\text{м}^2/\text{с}$.

Название «кинематическая вязкость» не несет особого физического смысла, так как оно было предложено потому, что размерность ν похожа на размерность скорости.

Вязкость жидкости зависит как от температуры, так и от давления. Вязкость капельных жидкостей уменьшается с увеличением температуры, а вот вязкость газов, наоборот, возрастает с увеличением температуры. Вязкость жидкостей при давлениях, встречающихся в большинстве случаев на практике, мало зависит от давления, а вязкость газов с возрастанием давления уменьшается.

Вязкость жидкости измеряют с помощью вискозиметров различных конструкций.

Жидкости, для которых справедлив закон внутреннего трения Ньютона (1.8), называют ньютоновскими. Существуют жидкости, которые не подчиняются закономерности (1.8), к ним относятся растворы полимеров, гидросмеси из цемента, глины, мела и др. Такие жидкости относятся к неньютоновским.

Примеры расчетов

Пример 1.1. Определить массу бензина, заполняющего цилиндрический резервуар диаметром $d = 0,3$ м и высотой $h = 0,4$ м при температуре 20°C ($\rho_6 = 7250$ кг/м³).

Решение

$$m = \rho W = \frac{\rho \pi d^2 h}{4} = \frac{7250 \cdot 3,14 \cdot 0,3^2}{4} \cdot 0,4 = 204,9 \text{ кг.}$$

Ответ. 204,9 кг.

Пример 1.2. Определить количественные изменения давления в воде, находящейся в герметически закрытом полностью заполненном резервуаре, при изменении температуры от 10 до 20°C , если считать материал резервуара абсолютно жестким.

Решение

Если бы резервуар не был закрыт герметически, изменение объема можно было бы найти из формулы (1.4) $\Delta W = \beta_t W \Delta t$. Тогда новый объем был бы равен $W' = W + \Delta W$. Но по условию резервуар закрыт, а следовательно, объем неизменен. Значит, должно измениться внешнее давление на поверхности воды (а значит, и давление в каждой точке объема) на величину Δp , требуемую чтобы объем был в заданном состоянии, ее определим из формулы (1.5):

$$\Delta p = \frac{\Delta W}{W'} \frac{1}{\beta_p} = \frac{\beta_t W \Delta t}{(W + \beta_t W \Delta t) \beta_p} \frac{1}{\beta_p} = \frac{\beta_t \Delta t}{(1 + \beta_t \Delta t) \beta_p}.$$

При $t = 20^\circ\text{C}$ $\beta_t = 150 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$; $\Delta t = 10^\circ\text{C}$; $\beta_p = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$.

Тогда

$$\Delta p = \frac{10 \cdot 150 \cdot 10^{-6}}{(1 + 10 \cdot 150 \cdot 10^{-6}) \cdot 5 \cdot 10^{-10}} = 29,95 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ. $\Delta p = 29,95 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Контрольные вопросы и задания

1. Каковы отличия жидкости от твердых тел и газов?
2. Перечислите основные физические свойства жидкостей.
3. Что такое плотность жидкости, в каких единицах ее измеряют?
4. Что такое вязкость жидкости и когда это свойство проявляется?
5. Какие коэффициенты характеризуют вязкость жидкости?
6. Из какого закона определяется коэффициент динамической вязкости?
7. От какого параметра значительно зависит вязкость жидкости?
8. Какие жидкости называются ньютоновскими, а какие неньютоновскими?

Глава 2 ГИДРОСТАТИКА

2.1. Равновесие жидкости и действующие силы

Гидростатика — раздел гидравлики, в котором изучается жидкость, находящаяся в равновесии.

Если на выделенную массу жидкости не действуют внешние силы, то все частицы этой массы остаются неподвижными относительно выбранной системы координат, т.е. находятся в покое или движутся с одинаковой для всех частиц скоростью, при этом взаиморасположение частиц остается постоянным. Такое состояние жидкости называется равновесным. В случае воздействия внешних сил либо равновесное состояние жидкости сохраняется, либо жидкость переходит в состояние движения с ускорением частиц жидкости.

Рассмотрим, какие силы могут действовать на жидкость, находящуюся в равновесии, и каким условиям должны удовлетворять *внешние силы*, чтобы условия равновесия жидкости не нарушались.

Выделим некоторый объем W из массы жидкости, находящейся в резервуаре, и рассмотрим силы, действующие на этот объем.

Эти силы могут быть поверхностными и массовыми.

Поверхностные силы — это силы давления, действующие на поверхности выделенного объема, они пропорциональны размеру площади $\Delta\omega$, взятой на этой поверхности (силы $N_1, N_2, \dots, N_i, \dots$, рис. 2.1).

Массовые силы — это внешние силы, пропорциональные массе жидкости, заключенной в выделенном объеме (сила R на рис. 2.1). К таким силам относятся силы тяжести и силы инерции.

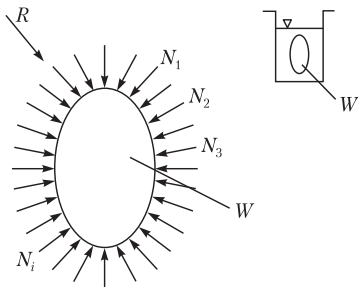


Рис. 2.1. Силы, действующие на жидкость в условиях равновесия

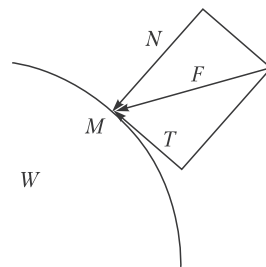


Рис. 2.2. Действие поверхностных сил

Для того чтобы жидкость находилась в состоянии равновесия (покоя), необходимо, чтобы силы, действующие в точках ее граничной поверхности, были направлены под углом 90° к этой поверхности. Действи-

тельно, так как жидкости сопротивляются сжимающим усилиям и в силу свойства текучести не могут сопротивляться сдвигающим усилиям, сила N (рис. 2.2) должна быть направлена нормально (под углом 90°) к поверхности, ограничивающей объем жидкости, и не может быть направлена под другим углом, как, например, сила F , стремящаяся сдвинуть частицу жидкости, находящуюся в точке M (силу F можно разложить на две составляющие — N и T).

В то же время сила N не может быть направлена от поверхности, так как реальные жидкости не сопротивляются растягивающим усилиям.

2.2. Гидростатическое давление и его свойства

Одним из основных понятий гидростатики является понятие *гидростатического давления*. Для его объяснения рассмотрим некоторый объем жидкости, находящейся в равновесии (рис. 2.3).

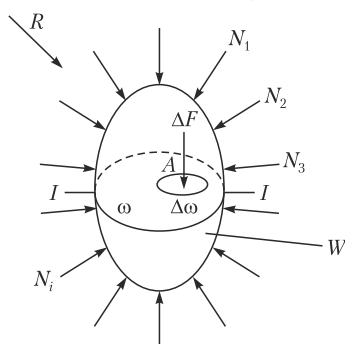


Рис. 2.3. К определению понятия гидростатического давления

Проведем секущую плоскость $I-I$, которая разделит объем W на две части, и отбросим мысленно одну из них, например верхнюю. Действие отброшенной части на нижнюю заменим распределенными по поверхности силами ΔF , действующими на площадку $\Delta\omega$. Представим, что $\Delta\omega$ «стягивается» в точку A . Тогда предел отношения $\Delta F/\Delta\omega$ при $\Delta\omega \rightarrow 0$ называется гидростатическим давлением в рассматриваемой точке:

$$p = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta\omega} = \frac{dF}{d\omega}. \quad (2.1)$$

Следует отметить, что этот же предел отношения $\Delta F/\Delta\omega$ в курсе сопротивления материалов носит название упругого напряжения сжатия σ :

$$\sigma = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta\omega}.$$

Таким образом, *гидростатическое давление в рассматриваемой точке жидкости есть упругое напряжение сжатия, возникающее в жидкости под действием внешних сил*. В качестве единицы измерения этой величины применяют 1 Па (один паскаль). Под 1 Па понимают давление, создаваемое силой в 1 Н, которая равномерно распределена по поверхности площадью 1 м².

Рассмотрим свойства гидростатического давления.

Так как сила ΔF , использованная в данном определении понятия гидростатического давления, должна быть перпендикулярна площадке $\Delta\omega$ (жидкость находится в равновесии), то и *гидростатическое давление должно быть направлено со стороны жидкости по нормали к той поверхности, на которую действует*. Это и является первым свойством гидростатического давления.

Выделим в покоящейся жидкости, находящейся в условиях земного тяготения, элементарный объем в виде кубика со сторонами dx , dy , dz (рис. 2.4). Оси координат направим параллельно сторонам.

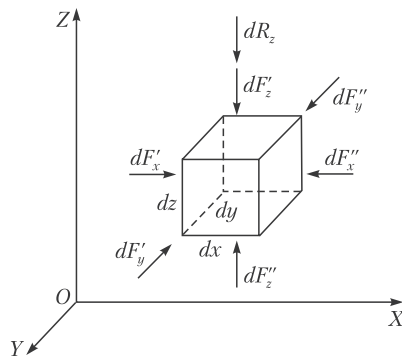


Рис. 2.4. Действие внешних сил на объем жидкости в виде элементарного кубика

Кубик находится в равновесии, значит, уравновешены поверхностные и массовые силы, действующие на кубик по всем трем осям x , y , z :

$$dF'_x = dF''_x; \quad dF'_y = dF''_y; \quad dF'_z = dF''_z - dR_z.$$

Для условий Земли единственной массовой силой R является сила тяжести, т.е. в рассматриваемом случае $dR_z = \rho g dx dy dz$, где $dx dy dz$ — объем кубика.

Так как $p = dF/d\omega$, систему уравнений можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} p'_x dy dz = p''_x dy dz, \\ p'_y dx dz = p''_y dx dz, \\ p'_z dy dx = p''_z dy dx - \rho g dx dy dz. \end{cases}$$

Сократив равенства, получим

$$p'_x = p''_x; \quad p'_y = p''_y; \quad p'_z + \rho g dz = p''_z.$$

Членом $\rho g dz$ по сравнению с p'_z можно пренебречь как величиной бесконечно малой. Получаем, что

$$p'_x = p''_x; \quad p'_y = p''_y; \quad p'_z = p''_z.$$

Выделенный кубик не деформируется, находясь в условиях равновесия, значит

$$p'_x = p''_x = p'_y = p''_y = p'_z = p''_z.$$

В результате логично сделать вывод: так как кубик бесконечно мал и выбран в произвольном месте, то и *для любой точки жидкости гидро-*

статическое давление одинаково по всем направлениям — это и есть второе свойство гидростатического давления.

Из этого свойства вытекает следствие: так как любая точка определяется ее координатами, гидростатическое давление в точке зависит от координат рассматриваемой точки:

$$p = f(x, y, z).$$

2.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости

Выделим внутри покоящейся, находящейся в условиях равновесия, жидкости некоторый объем dW в виде параллелепипеда с ребрами, параллельными координатным осям OX , OY , OZ (рис. 2.5). На грани рассматриваемого параллелепипеда действуют поверхностные силы давления $dF'_x, dF'_y, dF'_z, dF''_x, dF''_y, dF''_z$ и некоторая массовая сила dR .

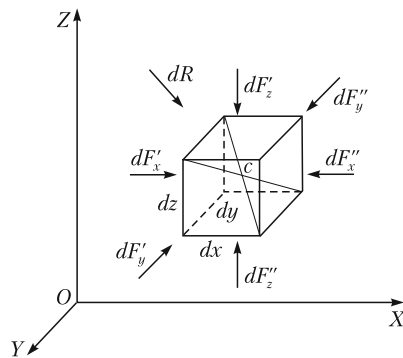


Рис. 2.5. К выводу уравнений Эйлера

Для того чтобы рассматриваемый объем находился в состоянии покоя (равновесия), должны выполняться условия:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum F_z = 0; \quad \sum M_c = 0,$$

где последнее уравнение — сумма моментов действующих сил относительно выбранной точки c .

Рассмотрим первое уравнение $\sum F_x = 0$ и определим проекции всех действующих сил на ось OX . Грани элементарного объема имеют размеры ребер dx, dy, dz , поэтому площади левой и правой грани параллельны плоскости YOZ : $d\omega_z = dydz$. Площадки бесконечно малы, поэтому можно принять, что в каждой точке левой грани действует среднее давление p , а на правой грани $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$, так как гидростатическое давление является функцией координат ($p = f(x, y, z)$), а при переходе от левой к правой грани изменяется только координата x (в математике запись $\frac{\partial p}{\partial x}$ обозначает частную производную функции p по аргументу x).

Сила dF'_x , действующая на левую грань параллелепипеда:

$$dF'_x = p dydz.$$